

## ЗАСТОСУВАННЯ ЕКСПОНЕНЦІАЛЬНОГО ЗГЛАДЖУВАННЯ ДЛЯ ВИМІРЮВАННЯ ПОТОЧНИХ КООРДИНАТ ОБ'ЄКТІВ УПРАВЛІННЯ

Мета роботи: ознайомитися з можливостями підвищення точності визначення поточних координат та параметрів руху об'єктів управління

### 1 Теоретичні відомості

#### 1.1 Основні відомості з теорії експоненційного згладжування

Метод експоненційного згладжування – це метод послідовного згладжування параметрів траєкторії руху ОУ за допомогою фільтра з постійною пам'яттю. Принцип роботи цього методу полягає в наступному: попередні значення параметрів враховуються зі спадаючим по експоненційному закону вагами.

Для довільного скалярного параметра  $\theta$  формула експоненційного згладжування має вид:

$$\hat{\theta}_n = (1 - \xi)\theta_n + \xi f[\hat{\theta}_{n-1}, \hat{\theta}_{n-2}, \dots, \hat{\theta}_{n-s}] \quad (10.1)$$

де  $\theta_n$  – вимірне значення параметра на  $n$ -кроці;  $\hat{\theta}_n$  - згладжене значення параметра в  $n$ -м огляді;  $f[\dots]$ - деяка функція попередніх згладжених значень параметрів;  $\xi$  – стала величина, що має сенс коефіцієнта згладжування.

У найпростішому вигляді для знаходження наступного згладжуваного значення параметру використовується тільки поточне вимірне значення та попереднє згладжене значення. Тоді, формула (10.1) приймає наступний вид:

$$\hat{\theta}_n = (1 - \xi)\theta_n + \xi\hat{\theta}_{n-1}. \quad (10.2)$$

Якщо формулу (2) записати у вигляді:

$$\hat{\theta}_n = (1 - \xi)\theta_n + \xi(1 - \xi)\theta_{n-1} + \xi^2(1 - \xi)\theta_{n-2} + \dots + \xi^n(1 - \xi)\theta_0 = \sum_{i=0}^n \eta_i \theta_{n-i}, \quad (10.3)$$

де  $\eta_i = \xi^i(1 - \xi)$  - вагова функція, що враховує поточне та попередні вимірні значення параметрів руху ОУ.

На рис.10.1 зображені графіки вагової функції  $\eta_i$  при різних значеннях  $\xi = 0,9; 0,5; 0,1$ . З рисунку бачимо: чим менше  $\xi$ , тим в меншій ступені враховуються результати попередніх вимірювань (менше згладжування), та навпаки, чим більше  $\xi$ , тим більше згладжування, тобто більше результати попередніх вимірювань параметра враховуються в більшій мірі при обчисленні згладженого поточного значення. Тому коефіцієнт  $\xi$  отримав назву експоненційного коефіцієнта згладжування.

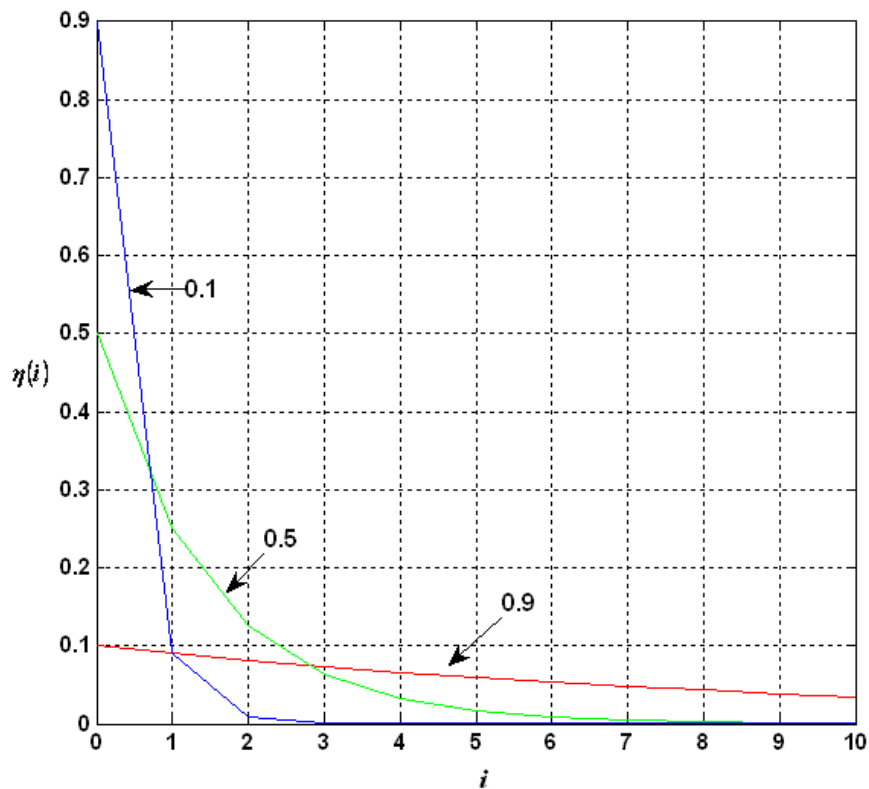


Рис.10.1. Графіки вагової функції  $\eta_i$  при різних значеннях  $\xi$

При згладжування параметру, що змінюється за лінійним законом формула експоненційного згладжування набуває вигляду:

$$\hat{\theta}_n = (1 - \xi)\theta_n + \xi f[\hat{\theta}_{n-1}, \hat{\theta}_{n-2}]. \quad (10.4)$$

Операція  $f[...]$  над попередніми згладженими значеннями параметру повинна в цьому випадку забезпечити знаходження екстрапольованого значення параметра на момент  $t_n$  останнього вимірювання.

1.2 Помилки експоненціального згладжування параметрів руху ОВ.. Вибір оптимального значення  $\zeta$ .

Якість експоненційного згладжування оцінюється за величиною випадкових та динамічних помилок згладжування. Миттєве значення сумарної помилки згладжування параметра запишемо у вигляді

$$\Delta \hat{\theta}_{\Sigma_n} = \hat{\theta}_n - \theta_n^{(0)}, \quad (10.5)$$

де  $\theta_n^{(0)}$  – істинне значення параметра у момент часу  $t_n$ ;

$$\hat{\theta}_n = \sum_{i=0}^n \eta_i \theta_{n-i}, \quad (10.6)$$

де  $\theta_{n-i}$  – результати вимірювання (розрахунку) параметрів, які представляють собою адитивну суміш дійсних значень  $\theta_{n-i}^{(0)}$  і помилок вимірювання  $\theta_{n-i}$ , тобто

$$\theta_{n-i} = \theta_{n-i}^{(0)} + \Delta \theta_{n-i}. \quad (10.7)$$

Використовуючи вирази (6) і (7), сумарну помилку згладжування параметра можна представити в наступному вигляді:

$$\Delta \theta_{\Sigma} = \sum_{i=0}^n \eta_i (\theta_{n-i}^{(0)} + \Delta \theta_{n-i}) - \theta_n^{(0)} = \left( \sum_{i=0}^n \eta_i \theta_{n-i}^{(0)} + \Delta \theta_{n-i} \right) + \sum_{i=0}^n \eta_i \theta_{n-i}^{(0)}. \quad (10.8)$$

Перший доданок у виразі (10.8), що розміщений в дужках, являє собою динамічну складову  $\Delta_{\partial} \hat{\theta}_n$  сумарної помилки згладжування, а другий – випадкову складову  $\Delta_{\partial} \hat{\theta}_{ec}$  цієї помилки.

Так як випадкова і динамічна складові не корельовані між собою, дисперсія сумарної помилки буде дорівнювати

$$\sigma_{\Sigma}^2 = \sigma_{\hat{\theta}_n}^2 + (\Delta_{\partial} \hat{\theta}_n)^2. \quad (10.9)$$

Обчислимо дисперсію випадкової і квадрат динамічної складових похибки визначення параметрів руху ОУ.

Так як математичне сподівання випадкової помилки дорівнює нулю, то дисперсію цієї помилки можна записати у вигляді

$$\sigma_{\hat{\theta}_n}^2 = M \left[ \left( \sum_{i=0}^n \eta_i \Delta \theta_{n-1} \right)^2 \right]. \quad (10.10)$$

Після елементарних перетворень одержимо

$$\sigma_{\hat{\theta}_n}^2 = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n \eta_i \eta_j R_{\theta}(i-j), \quad (10.11)$$

де  $R_{\theta}(i-j)$  – кореляційний момент випадкових помилок вимірювання параметра.

Припустимо, що згладжуванний параметр обчислюється за двома вимірними значеннями координат, причому кожне вимірне значення бере участь у розрахунку параметра двічі. Тоді, за умови відсутності кореляції між похибками вимірювання, обчислені значення параметра будуть корельовані на двох сусідніх кроках. Безпосереднім підрахунком можна показати, що коефіцієнт кореляції в цьому випадку від’ємний та дорівнює 0,5.

Отже

$$R_{\theta}(i-j) = \begin{cases} \sigma_{\theta}^2 & \text{при } i-j=0, \\ -0,5\sigma_{\theta}^2 & \text{при } |i-j|=1, \\ 0 & \text{при } |i-j|>0, \end{cases} \quad (10.12)$$

де  $\sigma_{\theta}^2$  – дисперсія розрахунку параметра по двом вимірним значенням координат.

З урахуванням (12) вираз для дисперсії випадкової помилки можна записати у вигляді

$$\sigma_{\hat{\theta}_n}^2 = \sigma_{\theta}^2 \left[ \sum_{i=0}^n \eta_i^2 - \sum_{i=0}^n \eta_i \eta_{i+1} \right]. \quad (10.13)$$

Маючи на увазі, що при  $n \rightarrow \infty$  (сталій режим роботи)

$$\sum_{i=0}^{\infty} \eta_i^2 = \sum_{i=0}^{\infty} [(1-\xi)\xi^i]^2 = \sum_{i=0}^{\infty} (1-\xi)^2 \xi^{2i} = (1-\xi)^2 (1 + \xi^2 + \xi^4 + \dots), \quad (10.14)$$

$$\sum_{i=0}^{\infty} \eta_i \eta_{i+1} = \sum_{i=0}^{\infty} (1-\xi)^2 \xi^{2i+1} = (1-\xi)^2 (\xi + \xi^3 + \xi^5 \dots), \quad (10.15)$$

остаточно отримаємо

$$\sigma_{\hat{\theta}_n}^2 = \sigma_{\theta}^2 \frac{(1-\xi)^2}{1+\xi}. \quad (10.16)$$

Формула (10.16) показує, що дисперсія випадкової помилки експоненціального згладжування параметра тим менше, чим більше коефіцієнт згладжування  $\xi$ .

Обчислимо тепер квадрат динамічної помилки згладжування параметра для випадку усталеного руху ОУ за цим параметром.

Коефіцієнти динамічної помилки визначаються з виразу

$$C_i = \frac{(-1)^i}{i!} \mu_i - a_i, \quad (10.17)$$

де

$$\mu_i = \sum_{j=0}^{\infty} j^i \eta_j \quad (i = 0, 1, 2, \dots, l), \quad (10.18)$$

$l$  – ступінь полінома, що описує функцію  $\theta^{(0)}(t)$ .

Коефіцієнти  $a_i$  приймають значення  $a_0 = 1, a_1 = p, \dots, a_i = p^i / i!$ .

де  $p$  - число періодів екстраполяції вхідного сигналу; при згладжуванні  $p = 0$ , тому  $a_0 = 1$ .

Для випадку лінійної зміни параметра руху ( $j=1$ ), обчислення коефіцієнтів динамічної помилки дають

$$\mu_0 = \sum_{j=0}^{\infty} j^0 \eta_j = (1-\xi) \sum_{j=1}^{\infty} \xi^j = 1, \quad (10.19)$$

тому  $C_0 = 0$ ;

$$\mu_1 = \sum_{j=0}^{\infty} j \eta_j = (1-\xi) \sum_{j=0}^{\infty} j \xi^j = \frac{\xi}{1-\xi} \quad (10.20)$$

тому  $C_1 = \frac{\xi}{1-\xi}$ .

Таким чином,

$$\Delta_{\partial} \hat{\theta}_n = \frac{\xi}{1-\xi} \Delta^{(1)} \theta_n, \quad (10.21)$$

а квадрат цієї помилки визначається за формулою

$$(\Delta_{\theta} \hat{\theta}_n)^2 = \frac{\xi^2}{(1-\xi)^2} (\Delta^{(1)} \theta_n)^2. \quad (10.22)$$

З урахуванням виразів (10.16) і (10.22) дисперсія відносної сумарної помилки згладжувань дорівнює

$$\frac{\sigma_{\Sigma}^2}{\sigma_{\theta}^2} = \frac{(1+\xi)^2}{(1-\xi)} + \frac{\xi^2}{(1-\xi)^2} s^2, \quad (10.23)$$

де  $s^2 = \frac{(\Delta^{(1)} \theta_n)^2}{\sigma_{\theta}^2}$  - відносна інтенсивність можливих змін параметрів руху.

На рис. 10.2 побудовані графіки залежності дисперсії відносної сумарної помилки згладжування параметра від коефіцієнта згладжування  $\xi$  при різних інтенсивностях змін цього параметра. Графіки мають екстремуми типу мінімуму, які зміщуються вліво при збільшенні інтенсивності змін. Звідси можна зробити висновок про доцільність зміни коефіцієнта згладжування  $\xi$  з метою підтримки похибки на мінімальному або близькому до мінімального рівня для кожного конкретного значення інтенсивності змін параметра руху ОУ. З графіків похибки також випливає, що вибір коефіцієнтів  $\xi$  для кожного значення інтенсивності змін не критичний, так як екстремуми графіків пологі.

Для знаходження оптимального значення  $\xi_{opt}$  за критерієм мінімуму дисперсії сумарної помилки про диференціюємо вираз (10.23) по  $\xi$  і прирівняємо результат до нуля. Остаточне рівняння для  $\xi_{opt}$  має вигляд

$$(1-\xi_{opt}^2)(1-\xi_{opt})^3 + 2(1-\xi_{opt})^4 - 2\xi_{opt}(1+\xi_{opt})^2 s^2 = 0. \quad (10.24)$$

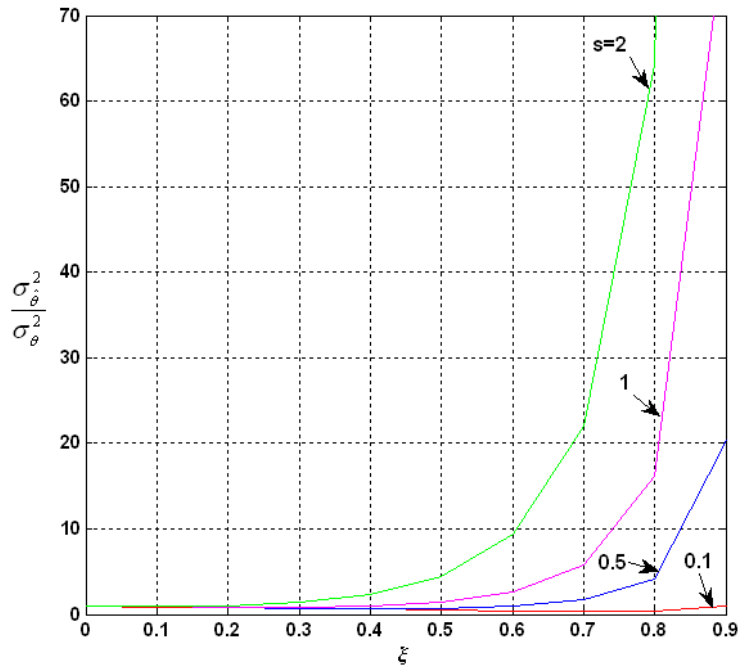


Рис.10.2. Графіки залежності дисперсії відносної сумарної помилки згладжування параметра від коефіцієнта згладжування  $\xi$  при різних інтенсивностях маневру

Використовуючи це рівняння, можна вибрати оптимальне значення коефіцієнта згладжування  $\xi_{opt}$ , якщо відома інтенсивність змін параметра руху ОУ.

### 1.3 Рівняння згладжування в дискретній формі

Призначення цифрового обчислювального пристрою, що використовується як елемент системи регулювання або управління, полягає в обчисленні згладжених значень дискретних даних, які містять завади.

Позначимо через  $\theta_n$  значення дискретної величини, вимірної в рівновіддалені один від одного інтервали часу, а через  $\hat{\theta}_n$  – згладжені значення тієї же величини. Процедура згладжування буде полягати в екстраполяції або передбаченні дискретної величини  $\theta_n$  в даний момент часу

$n$  по значенню незгладженої величини  $\theta_n$  в цей момент часу та по попередніх згладжених значеннях  $\hat{\theta}_{n-\nu}$ , тобто

$$\hat{\theta}_n = (1-\xi)\theta_n + \xi f(\theta_{n-1}, \theta_{n-1}, \dots, \theta_{n-s-1}) \quad (10.24)$$

де  $\xi \leq 1$  – стала величина, коефіцієнт згладжування. Початкові значення  $\hat{\theta}_n$  при  $n=0, 1, \dots, s$  можуть бути обрані довільно та, зокрема, вони можуть дорівнювати незгладженим значенням  $\hat{\theta}_n$ . З (10.24) випливає, що процес згладжування описується різницевим рівнянням.

Для лінійного передбачення функція  $f[\dots]$  являє собою лінійну функцію своїх аргументів. Щоб визначити конкретний вид цієї функції, припустимо, що передбачення базується на апроксимації  $\hat{\theta}_n$  поліномом  $s$ -го ступеня. Позначимо цей поліном через  $\varphi(\bar{t})$ . Для дискретних значень

$$\varphi_m = \hat{\theta}_m, \quad m = n-1, n-2, \dots, n-s-1. \quad (10.25)$$

Функція  $f[\dots]$  повинна співпадати з дискретними значеннями цього полінома при  $\bar{t} = n$ , тобто

$$f(\theta_{n-1}, \theta_{n-2}, \dots, \theta_{n-s-1}) = \varphi_n. \quad (10.26)$$

Але для будь-якого полінома ступені  $s$  різниця  $s+1$ -го порядку тотожно дорівнює нулю при будь-якому  $m$ , тобто

$$\Delta^{s+1}\varphi_m = 0. \quad (10.27)$$

Значення решітчастої функції отримуємо з (10.27) через значення її ординат, при  $m=n-s-1$ :

$$\Delta^{s+1}\varphi_{n-s-1} = \sum_{\nu=0}^{s+1} (-1)^\nu \binom{s+1}{\nu} \varphi_{n-\nu} = 0 \quad (10.28)$$

Запишемо тотожність:

$$\varphi_n = \varphi_n - \Delta^{s+1}\varphi_{n-s-1} = -\sum_{\nu=0}^{s+1} (-1)^\nu \binom{s+1}{\nu} \varphi_{n-\nu}. \quad (10.29)$$

Підставляючи значення  $\varphi_n$  з (10.29) в (10.26) та враховуєчи (10.25), отримуємо вираз для  $f[\dots]$ :

$$f(\theta_{n-1}, \theta_{n-2}, \dots, \theta_{n-s-1}) = \sum_{\nu=0}^{s+1} (-1)^\nu \binom{s+1}{\nu} \hat{\theta}_{n-\nu}. \quad (10.30)$$



Після визначення функції  $f[\dots]$  рівняння (10.24) можна представити у вигляді

$$\hat{\theta}_n = (1-\xi)\theta_n - \xi \sum_{\nu=0}^{s+1} (-1)^\nu \binom{s+1}{\nu} \hat{\theta}_{n-\nu}. \quad (10.31)$$

#### 1.4 Еквівалентна цифрова система для оцінки параметрів руху ОУ

Використовуючи теорему зсуву для рівняння (10.31), знайдемо рівняння згладжування відносно зображень параметра руху ОУ:

$$Z^*(q) = (1-\xi)F^*(q) - \xi \left( \sum_{\nu=0}^{s+1} (-1)^\nu \binom{s+1}{\nu} e^{-q\nu} \right) Z^*(q). \quad (10.32)$$

де  $Z^*(q)$  та  $F^*(q)$  – зображення решітчастих функцій  $\hat{\theta}_n$  та  $\theta_n$ . Припустимо, що  $\theta_{-n} = 0$ . Введемо позначення

$$K^*(q,0) = \xi \sum_{\nu=0}^{s+1} (-1)^\nu \binom{s+1}{\nu} e^{-q\nu} = \xi \{ (1 - e^{-q})^{s+1} - 1 \}. \quad (10.33)$$

Тоді рівняння (10.32) можна остаточно привести до вигляду:

$$Z^*(q) = \frac{1-\xi}{1+K^*(q,0)} F^*(q). \quad (10.34)$$

Це рівняння відповідає деякій амплітудній імпульсній системі, що еквівалентна цифровому обчислювальному пристрою або цифровому фільтру, що здійснює вказаний процес згладжування (рис.10.3).  $K^*(q,0)$  можна розглядати як передаточну функцію розімкненої амплітудної імпульсної системи.

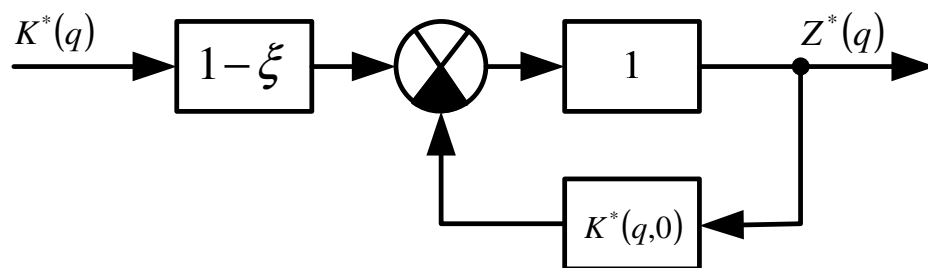


Рис.10.3 Схема згладжування з використанням цифрового обчислювального пристрою

Передаточна функція замкнутої цифрової системи, згідно (10.34), дорівнює:

$$K_e^*(q,0) = K_u^*(q,0) = \frac{1-\xi}{1+K^*(q,0)} = \frac{1-\xi}{1+\xi[(1-e^{-q})^{s+1}-1]}, \quad (10.35)$$

що відповідає виконанню програми у цифровому обчислювальному пристрої, який виконує процес згладжування, описаний вище.

### 1.5 Оцінка ефективності згладжування

Важливою оцінкою якості згладжування може слугувати відношення середніх значень квадратів згладженої та незгладженої величини в тому випадку, коли незгладжені дані представляють дискретний випадковий процес з постійною спектральною щільністю. Чим менше це відношення в порівнянні з одиницею, тим ефективніший процес згладжування; якщо це відношення більше одиниці, то згладжування не відбувається.

Якщо незгладжені величини  $\theta_n$  представляють собою дискретний випадковий процес з постійною спектральною щільністю  $S_{ff}^*(\bar{\omega}) = \sigma^2$  та з середнім значенням, що дорівнює нулю, то середнє значення квадрата цієї помилки дорівнює  $\overline{\theta_n^2} = \sigma^2$ .

Середнє значення квадрата відхилення згладженої величини може бути знайдено по формулі

$$\overline{\hat{\theta}_n^2} = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi |K_u^*(j\bar{\omega}, 0)|^2 S_{ff}^*(\bar{\omega}) d\bar{\omega}. \quad (10.36)$$

або в розгорнутому вигляді

$$\overline{\hat{\theta}_n^2} = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \left| \frac{1-\xi}{1+\xi[(1-e^{-j\bar{\omega}})^{s+1}-1]} \right|^2 \sigma^2 d\bar{\omega} \quad (10.37)$$

Для розрахунку цього значення скористаємося формулою:

$$\begin{aligned} P^*(q) = K_u^*(q,0) \sigma &= \frac{1-\xi}{1+\xi \sum_{\nu=1}^{s+1} (-1)^\nu \binom{s+1}{\nu} e^{-q\nu}} \sigma = \\ &= \frac{(1-\xi) e^{(s+1)q}}{e^{(s+1)q} + \xi \sum_{\nu=1}^{s+1} (-1)^\nu \binom{s+1}{\nu} e^{(s+1-\nu)q}} \end{aligned} \quad (10.38)$$

Використовуючи формулу для сумарної оцінки та вважаючи, що в ній  $l = s + 1$ , отримуємо:

$$b_k = 1 - \xi \text{ при } k = s + 1,$$

$$b_k \equiv 0 \text{ при } k < s + 1$$

та  $a_{s+1} = 1$ ,  $a_{s+1-\nu} = (-1)^\nu \binom{s+1}{\nu}$ , де  $(\nu = 1, 2, \dots, s + 1)$ . В результаті, отримуємо після

обчислення для різних  $s$ :

$$\left. \begin{aligned} s = 0: \quad \frac{\overline{\hat{\theta}_n^2}}{\sigma^2} &= \frac{1 - \xi}{1 + \xi}; \\ s = 1: \quad \frac{\overline{\hat{\theta}_n^2}}{\sigma^2} &= \frac{1 + \xi}{1 + 3\xi}; \\ s = 2: \quad \frac{\overline{\hat{\theta}_n^2}}{\sigma^2} &= \frac{(1 - \xi)(1 + 4\xi)}{(1 - 2\xi)(1 + 7\xi)}; \\ s = 3: \quad \frac{\overline{\hat{\theta}_n^2}}{\sigma^2} &= \frac{1 + 8\xi - 25\xi^2}{(1 - 5\xi)(1 + 15\xi)} \end{aligned} \right\}. \quad (10.39)$$

В цих формулах  $\xi$  не повинно перевищувати граничного значення.

Залежності  $\frac{\overline{\hat{\theta}_n^2}}{\sigma^2}$  від  $\xi$  приведені на (рис.10.4).

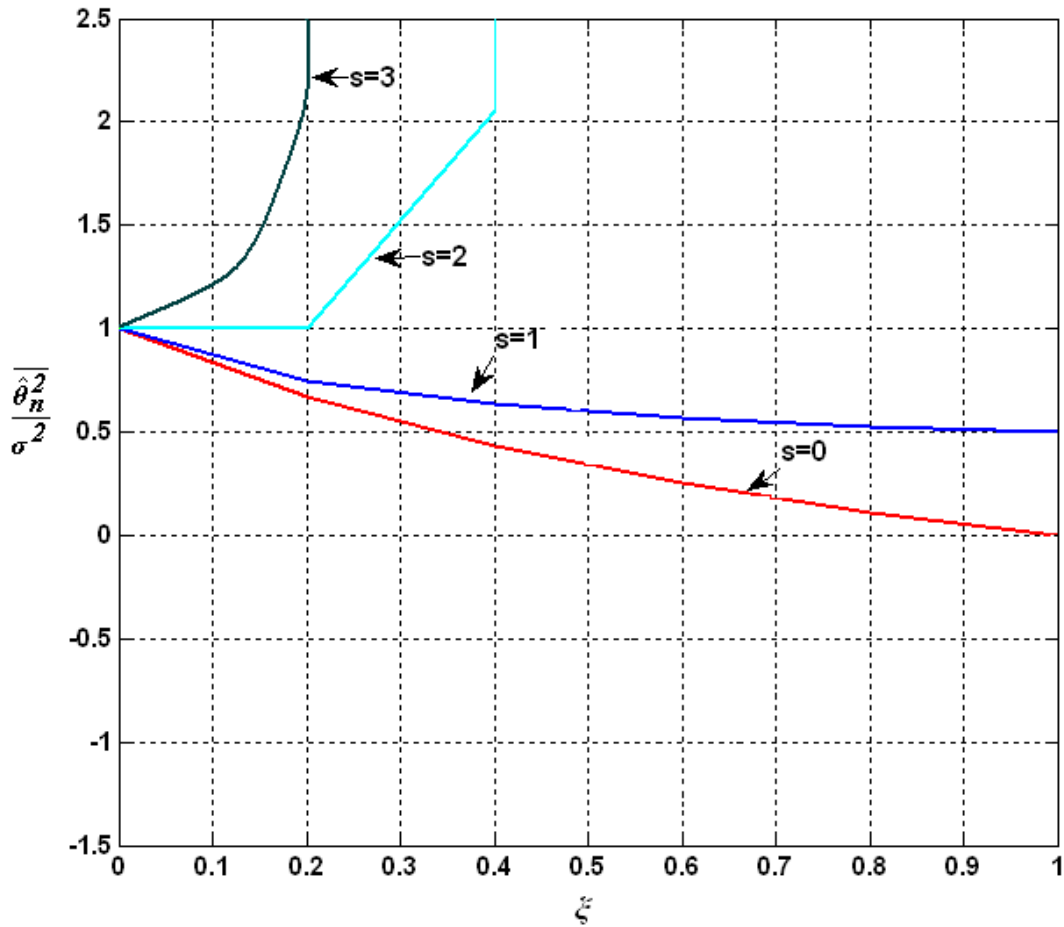


Рис.10.4. Залежність відношень середніх значень квадратів нормованої похибки при різних значеннях  $s$

Ці залежності дозволяють при заданому  $s$  обрати те значення  $\zeta$ , яке забезпечує задану точність визначення поточної координати та параметрів руху ОУ.

З рис.10.4 випливає, враховуючи умови стійкості, що  $\frac{\overline{\hat{\theta}_n^2}}{\sigma^2}$  може бути менше одиниці тільки при  $s=0, 1, 2$  та, означає, що тільки при цих значеннях  $s$  буде здійснювати згладжування.

При  $s \geq 3$  описаний спосіб не може забезпечити згладжування, так як незалежно від величини  $\zeta$  завжди  $\frac{\overline{\hat{\theta}_n^2}}{\sigma^2}$  більше одиниці. Цей недолік може бути усунений, якщо проводити передбачення або екстраполяцію не по

одному значенню незгладженої величини  $\theta_n$ , а по декільком  $\theta_n$ ,  $\theta_{n-1}$ ,  $\theta_{n-2}$ ...., тобто, якщо замінити закон згладжування (10.31) на (10.40)

$$\hat{\theta}_n = (1 - \xi) \sum_{v=0}^{s_I} \zeta_v \theta_{n-v} - \xi \sum_{v=1}^{s+1} (-1)^v \binom{s+1}{v} \hat{\theta}_{n-v}, \quad (10.40)$$

де стійкість процесу згладжування не залежить від коефіцієнтів  $\zeta_v$ .

### 1.6 Реалізація експоненційного згладжування в програмі Matlab

Для реалізація експоненційного згладжування в програмі Matlab не має спеціальних функцій, тому це необхідно здійснювати за допомогою програми, що розроблена на основі формул експоненційного згладжування (додаток 3).

Графіки функцій, що отримані після моделювання експоненціального згладжування в програмі Matlab, представлені на рис.10.5-10.7.

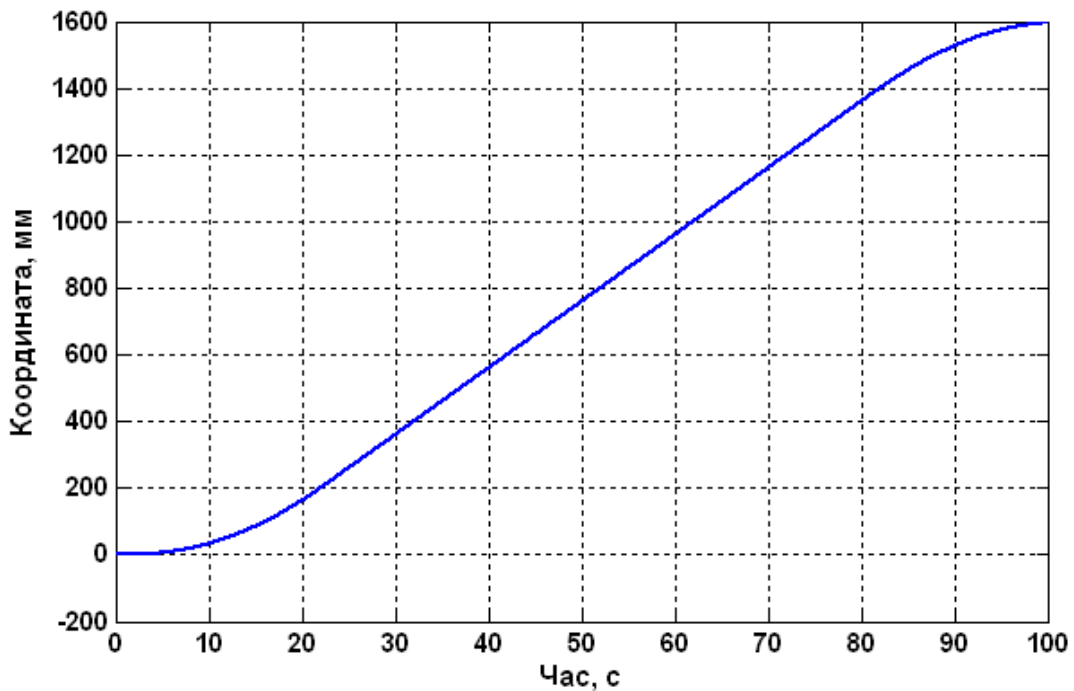


Рис.10.5. Графік зміни координати ОУ в часі

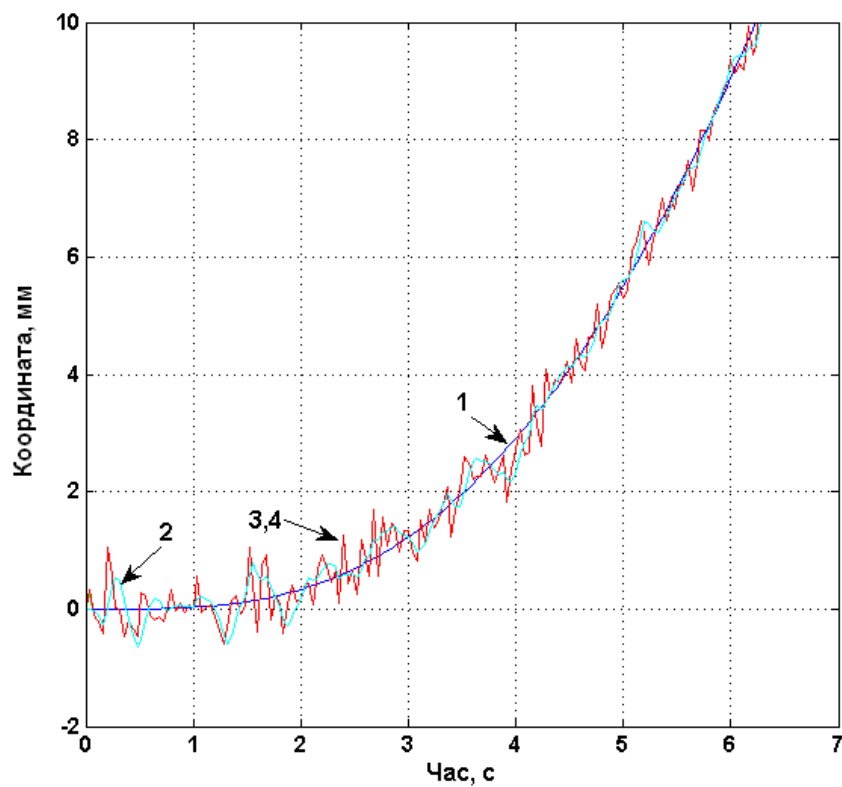


Рис.10.6. Графіки: 1- точного значення координати ОУ , 2- оцінка на основі експоненціального згладжування, 3 – оцінка поточних значень координат фільтром Калмана, 4 - результат вимірювань координат.

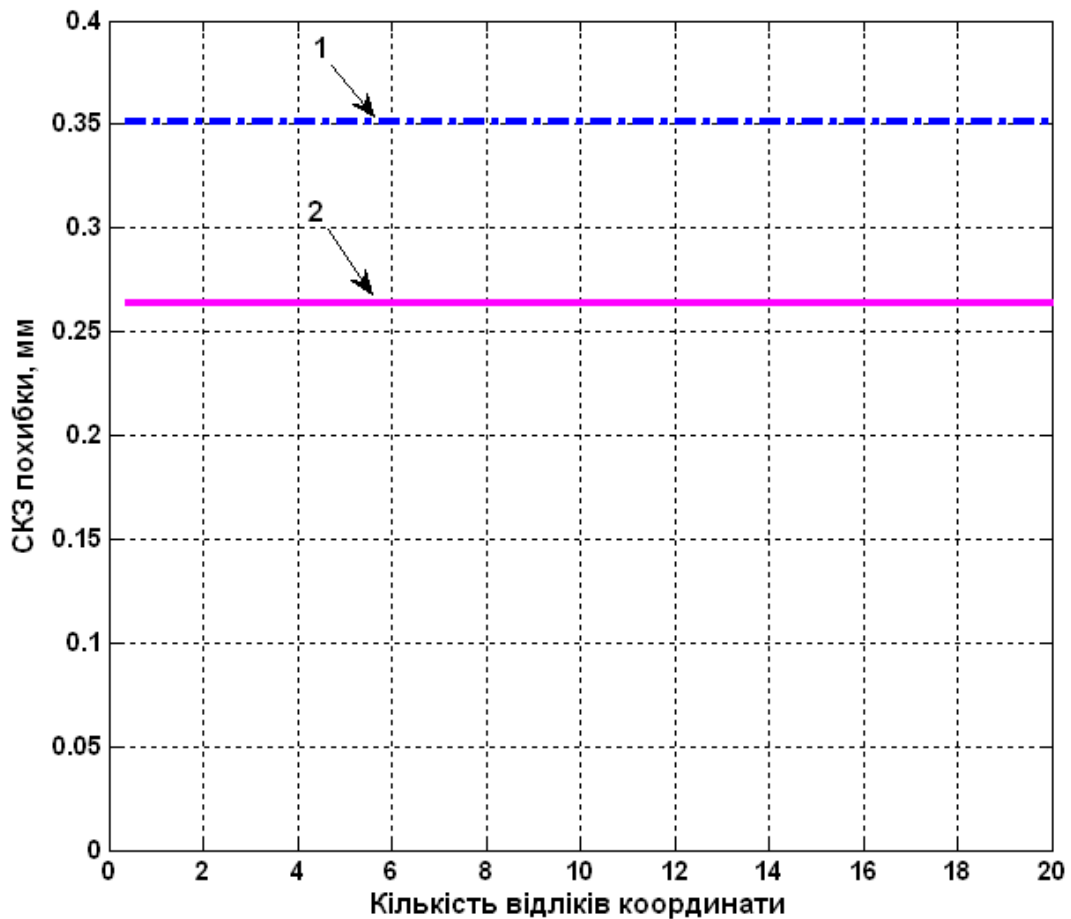


Рис.10. 7. СКЗ похибки оцінки: 1 – оцінка фільтра Калмана, 2 – оцінка експоненціального згладжування.

## 2 Порядок виконання роботи

2.1 Згідно свого варіанту початкових даних системи автоматичного управління (Таблиці 10.1).

2.2 Виконати моделювання системи управління з точним входом , з шумом, з експоненційним згладжуванням та з фільтром Калмана (додаток 3).

2.3 Побудувати графіки точного вихідного сигналу координат ОУ та з шумом, оціненого значення фільтром Калмана та експоненціальним згладжуванням, а також графіки СКЗ похибки оцінок для фільтра Калмана та для експоненційного згладжування.

2.4 Порівняти графіки та зробити висновки.

Таблиця 10.1

<b>N варіанту</b>	<b>Початкова координата <math>x_0</math>, мм</b>	<b>Швидкість руху ОУ <math>v_0</math> , мм/с</b>	<b>Кількість попередніх відліків в ф-лі експ. згладжування</b>
1	0	10	1
2	35	11	2
3	70	12	1
4	105	14	2
5	140	15	1
6	175	16	2
7	210	17	1
8	245	18	2
9	280	19	1
10	315	20	2
11	350	21	1
12	385	22	2
13	420	23	1
14	455	24	2
15	490	25	1
16	525	26	2
17	560	27	1
18	595	28	2
19	630	29	1
20	665	30	2
21	700	31	1
22	735	32	2
23	770	33	1
24	805	34	2
25	840	35	1
26	875	36	2
27	910	37	1
28	945	38	2
29	980	39	1
30	1000	40	2



### **3 Зміст звіту**

- 3.1 Назва та мета роботи.
- 3.2 Початкові дані параметрів руху ОУ згідно свого завдання.
- 3.3 Текст програми моделювання.
- 3.4 Графіки точного вихідного сигналу координат ОУ та сигналу з шумом, оціненого значення фільтром Калмана та експоненціальним згладжуванням. Графіки СКЗ похибки оцінок у фільтру Калмана та у експоненціальному згладжуванні.
- 3.5 Висновки.

### **4 Контрольні питання**

- 4.1 Що являє собою експоненційне згладжування?
- 4.2 Як реалізувати моделювання експоненційного згладжування в програмі Matlab?
- 4.3 Які значення може приймати коефіцієнт згладжування?
- 4.4 Як змінюються графіки експоненційного згладжування при різних значеннях інтенсивності змін параметрів руху ОУ?
- 4.5 Які значення може приймати інтенсивність змін параметрів руху?